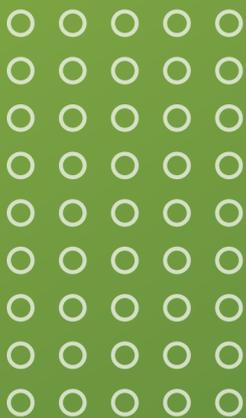




*Ciclo Umbral*

# Módulos de Revinculación

**MATEMÁTICA**..... *1°, 2° y 3° trimestre*



MINISTERIO DE  
EDUCACIÓN, CIENCIA  
Y TECNOLOGÍA



CONSEJO GENERAL  
DE EDUCACIÓN



SUBSECRETARIA  
DE EDUCACIÓN



# Autoridades Provinciales

**Gobernador**

Dr. Oscar Herrera Ahuad

**Vice Gobernador**

Dr. Carlos Omar Arce

**Presidente de la Cámara de Representantes**

Ing. Carlos Eduardo Rovira

**Ministro de Educación, Ciencia y Tecnología**

Dr. Miguel Sedoff

**Subsecretaria de Educación**

Prof. Rosana Cielo Linares

**Subsecretario de Educación Técnica Profesional**

Prof. Gilson Berger

**Subsecretario de Ciencia y Tecnología**

Dr. Christian Dechat

**Directora General de TIC**

Prof. Alejandra Pacheco

**Servicio Provincial de Enseñanza Privada****Director Ejecutivo**

Lic. Luis Alberto Bogado

**Presidente del Consejo General de Educación**

Prof. Juan Alberto Galarza

## ¡HOLA! ¿CÓMO ESTÁS?

**¡Qué bueno que estés leyendo este módulo!** Porque significa que querés seguir estudiando, aprendiendo y creciendo. El objetivo de este documento, es que puedas trabajar sobre algunos contenidos de aprendizaje esenciales desde tu casa, para poder retomar tus estudios en el año 2021, luego de este tiempo complejo que transitamos de pandemia.

Es importante que puedas organizarte y dedicarle tiempo a las lecturas y desarrollo de las actividades. Hacerlas de manera tranquila y a conciencia, pensando y reflexionando sobre cada respuesta que vayas elaborando.

Esperamos que las actividades te resulten interesantes y que aproveches esta oportunidad para poder continuar estudiando.

**¿Empezamos?** Te proponemos compartir un meme de tu propia autoría o uno que hayan producido otros que sintetice cómo fue para vos el año 2020 o cómo te imaginás el 2021. Esta actividad es optativa, pero nos interesa mucho conocerte y saber qué pensás.

## DESCRIPCIÓN BREVE DEL CONTENIDO

» Razones en triángulos rectángulos. Razones trigonométricas

*Para empezar te proponemos que leas el siguiente texto de síntesis del tema y contestes luego las preguntas de comprensión lectora para poder avanzar con el desarrollo de las actividades.*

## » Un poco de historia y conceptos claves

En primer lugar, tenemos que delimitar el origen de la palabra trigonometría, la misma, deviene de los griegos, donde la palabra "trigono", significa "triángulo" y "metría", equivale a la magnitud "metros".

Se utilizó tanto para la agricultura, la medición de terrenos y la construcción en Babilonia y Egipto hace más o menos 4000 a.c.

Por ejemplo, en agricultura y terrenos, delimitaban ángulos rectos teniendo en cuenta estas relaciones, como así también, en la construcción de las famosas pirámides de Egipto, para el cálculo de ángulos y elementos de los triángulos que, en este caso, vendrían a ser las caras de las pirámides.

También, hay evidencias de que, en el Antiguo Egipto, utilizaban estas relaciones para lo que hoy llamamos Astronomía, prediciendo el movimiento de los planetas y el sol, las estaciones del año con calendarios muy exactos, teniendo en cuenta los elementos que poseían para hacerlo (que no son los de hoy).

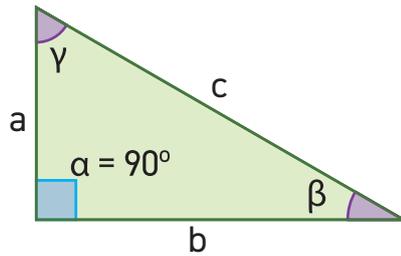
Hoy se utiliza para calcular distancias entre planetas, coordenadas de navegación satelital, entre otras cuestiones muy relevantes.

Entonces nos preguntamos: **¿Qué es la Trigonometría en la Matemática?: Es una rama que estudia y analiza las relaciones entre ángulos y lados de un triángulo.**

En principio vamos a nombrar las razones trigonométricas. Éstas se verifican en los lados de un triángulo rectángulo.

## » ¿Qué es un triángulo rectángulo?

¿Qué es un triángulo rectángulo?: Es cualquier triángulo que tiene un ángulo recto (cada uno de los ángulos que se forman al cortarse dos rectas de manera perpendicular. En el sistema sexagesimal, un recto tiene  $90^\circ$ ), y sus lados tienen nombres especiales: el de mayor longitud es la hipotenusa (se opone al ángulo recto) y los otros dos son catetos (se oponen a los ángulos agudos).



a y b: **CATETOS**  
c: **HIPOTENUSA**

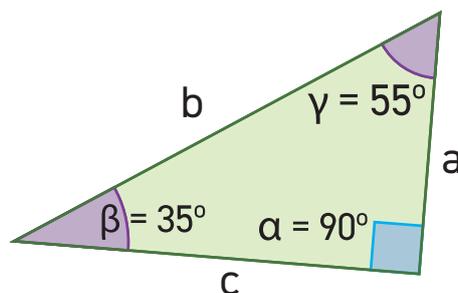
En este apartado, vamos a nombrar las relaciones trigonométricas que se cumplen en un triángulo rectángulo y luego, vamos a hacer una pequeña introducción de conceptos necesarios para, cuando volvamos al colegio, con el profesor, poder realizar los cálculos y entender estas relaciones.

Las relaciones trigonométricas que se cumplen en un triángulo rectángulo se dividen en fundamentales y recíprocas y las podemos ver en el siguiente cuadro:

FUNDAMENTALES		RECÍPROCAS	
RELACIONES	SE NOMBRAN	RELACIONES	SE NOMBRAN
Sen	Seno	Cosec	Cosecante
Cos	Coseno	Sec	Secante
Tan (Tg)	Tangente	Cotan (cotg)	Cotangente

Ahora bien, para hacer esta primera introducción, vamos a definir los siguientes conceptos, que luego, como te comenté más arriba, te ayudarán a entender y calcular estas relaciones que nombramos.

Como dijimos anteriormente, estas relaciones trigonométricas, se cumplen en los triángulos rectángulos. Cada uno de estos triángulos, tienen un ángulo recto (de  $90^\circ$ ) y dos ángulos agudos (menores a  $90^\circ$  y mayores a  $0^\circ$ ). Dependiendo del ángulo agudo que tomemos como referencia, vamos a tener un cateto opuesto y un cateto adyacente. Lo que siempre se mantiene igual es la hipotenusa (lado de mayor longitud). Veamos un ejemplo, teniendo en cuenta el siguiente triángulo rectángulo:



En este caso, los lados “a y c” son los catetos y el lado “b”, es la hipotenusa, si tomamos como referencia al ángulo  $\beta = 35^\circ$ , tenemos que:

- **Cateto opuesto:** es aquel cateto que está **frente al ángulo de referencia**, en este caso, si miramos el triángulo, **el cateto opuesto al ángulo  $\beta$ , es el lado b.**
- **Cateto adyacente:** Es uno de los catetos **que, junto con la hipotenusa, forma el ángulo que se toma como referencia**, en este caso, **el lado adyacente al ángulo  $\beta$ , es el lado a.**

Ahora bien, si tomamos como referencia el ángulo  $\gamma = 55^\circ$  y pensando de la misma manera que el ejemplo anterior, tenemos que:

- Cateto opuesto a  $\gamma$  **es el lado c.**
- Cateto adyacente a  $\gamma$  **es el lado a.**

## PREGUNTAS DE COMPRENSIÓN DE TEXTO



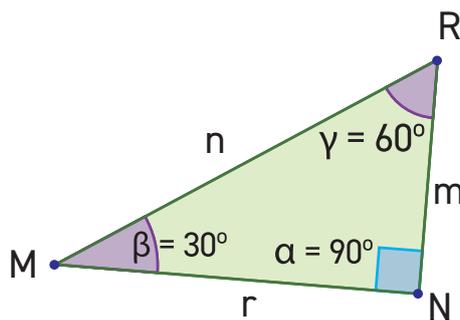
- » Marcá si es Verdadero con **V** o Falso **F**, según corresponda:
- a. El triángulo rectángulo puede tener uno o más ángulos rectos.
  - b. Las relaciones trigonométricas, se dan en cualquier tipo de triángulo.
  - c. **Cateto adyacente:** es aquel cateto que está **frente al ángulo de referencia.**

## PRODUCIR Y REDACTAR



- » Ahora te proponemos que elijas sólo una de las siguientes consignas para desarrollar, aquella que para vos sea más interesante.

**ACTIVIDAD 1.** Teniendo en cuenta el siguiente triángulo rectángulo:



- Indicar cateto opuesto y adyacente, según el ángulo M:
- Indicar cateto opuesto y adyacente, según el ángulo R:

**ACTIVIDAD 2.** Indicar Verdadero o Falso, según corresponda y justificar la respuesta:

- a. La hipotenusa es siempre el lado opuesto al ángulo recto.
- b. Las razones trigonométricas fundamentales son: seno, tangente y secante.
- c. Las razones trigonométricas recíprocas son: coseno, cosecante y cotangente.



ACTIVIDAD OPTATIVA DE SÍNTESIS



Te invitamos a compartir tu lado creativo y realizar un cartelito que muestre un posteo para Instagram, o un dibujo, palabras o una frase en la que nos cuentes qué valorás, qué aprendiste y qué ideas nuevas te surgieron, desarrollando la actividad que elegiste. Aunque esta actividad es optativa, ¡queremos conocer al creativo que hay en vos!

Para terminar este recorrido te proponemos que contestes las siguientes preguntas que sintetizan tu proceso de aprendizaje.

¿Qué sabía?

¿Qué aprendí?

¿Qué me gustaría saber?

¿Qué fué lo que más me gustó hacer/comprender?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## » La semejanza en lo cotidiano

Cuando hablamos de que dos figuras son semejantes, nos lleva a pensar que son “parecidas” o “tienen la misma forma”, detrás de todo esto, existen propiedades matemáticas que nos pueden ayudar a decir si efectivamente son o no semejantes. Pero ¿donde podríamos ver esto?

Veamos la siguiente fotografía:



¡Que hermosa nuestra Provincia! ¿Qué pasaría si la ampliamos?

Vamos a hacerlo de dos maneras diferentes, una desde uno de los vértices (donde se juntan dos lados) y otra desde el costado, veamos como queda:

Desde un vértice:



Desde la mitad de uno de los lados:

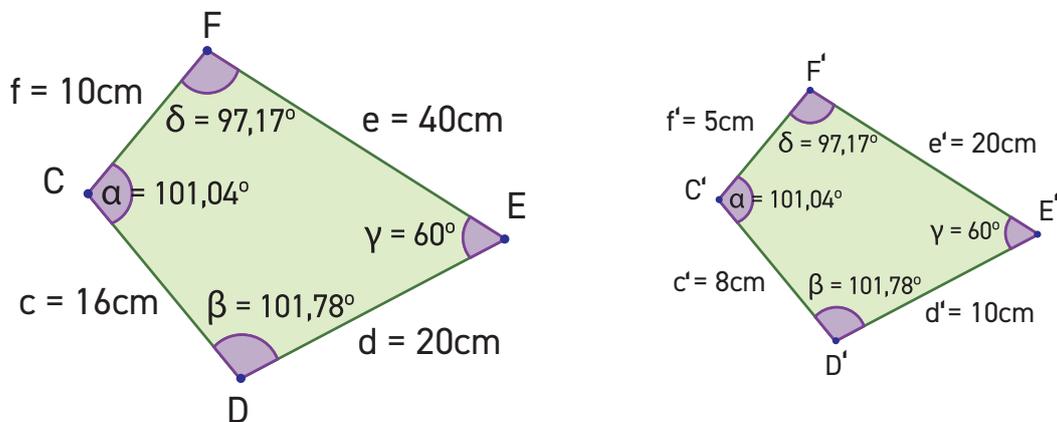


Si comparamos la fotografía original con las dos ampliaciones ¿cuál de las ampliaciones te parece que es semejante o “más parecida” a la original?. En este caso, la primera ampliación que hicimos desde el vértice, es la semejante con la original pero, ¿por qué pasa esto?

Para responder a esta pregunta, vamos a acudir a la matemática, en este caso, para que dos o más figuras sean semejantes, deben tener sus ángulos correspondientes iguales y los lados correspondientes deben ser proporcionales, ¿cómo sabemos cuándo los lados correspondientes son proporcionales? Cuando realizamos la división de cada lado con su correspondiente, debe dar siempre un mismo número.

En el caso de la fotografía original con la primer ampliación se cumplen estas dos cuestiones, por esto, son semejantes, puesto que esto hace que conserve su forma y sólo cambie el tamaño. En cambio, la segunda ampliación, cumple con la igualdad de ángulos correspondientes pero no así con la proporcionalidad de lados, esto hace que la misma se deforme y no sea semejante a la original.

Veamos ahora las siguientes figuras, que en este caso son cuadriláteros:

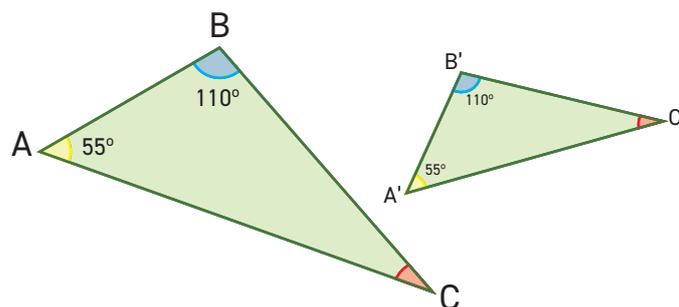


Aquí podemos ver que los ángulos correspondientes tienen la misma amplitud y que los lados correspondientes son proporcionales, puesto que al realizar las divisiones de cada lado con su correspondiente, da como resultado un mismo número. Hagamos esto último:

$$\frac{d}{d'} = \frac{20\text{cm}}{10\text{cm}} = 2 ; \frac{e}{e'} = \frac{40\text{cm}}{20\text{cm}} = 2 ; \frac{f}{f'} = \frac{10\text{cm}}{5\text{cm}} = 2 ; \frac{c}{c'} = \frac{16\text{cm}}{8\text{cm}} = 2$$

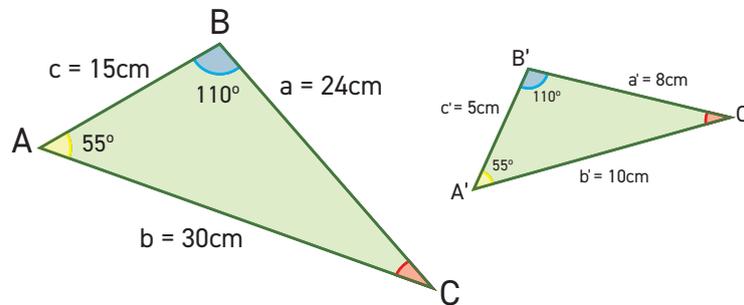
¿Cómo vamos hasta aquí? Espero que muy bien, ya casi terminamos con esta primera parte. Cuando las figuras son triángulos, existen criterios de semejanza que nos permiten decidir si dos o más triángulos son semejantes, los podemos ver aquí:

**Primer criterio:** "Dos o más triángulos son semejantes si tienen dos ángulos correspondientes iguales"



Aquí vemos que el ángulo A y al ángulo B, tienen sus correspondientes iguales en el triángulo más pequeño, por lo tanto, son semejantes.

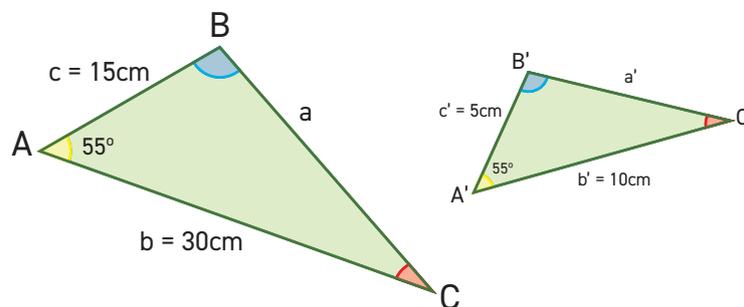
**Segundo criterio:** “Dos o más triángulos son semejantes si tienen sus tres lados correspondientes proporcionales”



$$\frac{a}{a'} = \frac{24cm}{8cm} = 3; \frac{b}{b'} = \frac{30cm}{10cm} = 3; \frac{c}{c'} = \frac{15cm}{5cm} = 3$$

Como la división de los tres lados con sus correspondientes, da un mismo número, entonces, los lados correspondientes son proporcionales y por este criterio, los triángulos son semejantes.

**Tercer criterio:** “Dos o más triángulos son semejante, si tienen un ángulo correspondiente igual y los lados que los forman, proporcionales”



$$\frac{b}{b'} = \frac{30cm}{10cm} = 3; \frac{c}{c'} = \frac{15cm}{5cm} = 3$$

Además, el ángulo A y el ángulo A', SON IGUALES

## PREGUNTAS DE COMPRESIÓN DE TEXTO

- » Marcá si es Verdadero con **V** o Falso **F**, según corresponda:
- a. Dos o más figuras son semejantes, si se cumple solamente que los ángulos correspondientes miden lo mismo.
  - b. Si tenemos dos triángulos (uno grande y uno pequeño) y se cumple que la amplitud

de los tres ángulos correspondientes son iguales a los correspondientes en el otro, podemos afirmar que los triángulos son semejantes.

- c. Si tenemos dos triángulos (uno grande y uno pequeño) y se cumple que la división entre dos de los lados de uno con sus correspondientes en el otro, (proporcionalidad de dos lados correspondientes) dá como resultado un mismo número, podemos afirmar que estos triángulos son semejantes.

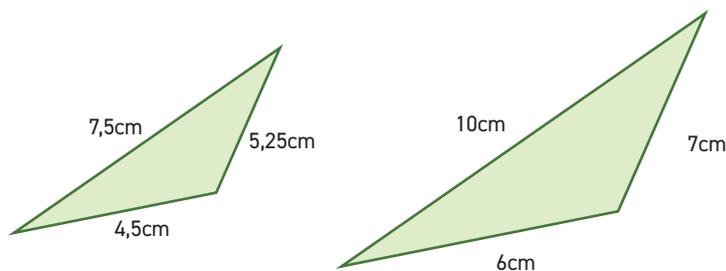
## PRODUCIR Y REDACTAR



» Ahora te proponemos que elijas sólo una de las siguientes consignas para desarrollar, aquella que para vos sea más interesante.

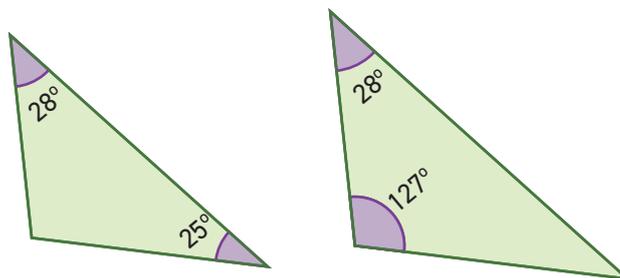
**ACTIVIDAD 1.** Indicar la respuesta correcta, justificando su respuesta (criterio elegido y operación si es necesario).

- Los triángulos siguientes son semejantes porque ...



- a. Sus lados son iguales.
- b. Sus lados son parecidos dos a dos.
- c. Sus tres lados son proporcionales dos a dos.

- Los triángulos son semejantes ya que... (*Pista: recuerda que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo da como resultado 180°*)



- a. Tiene 2 ángulos correspondientes iguales.
- b. No son semejantes.
- c. No podemos decir nada

**ACTIVIDAD 2.** Teniendo en cuenta el texto del inicio, calcular y construir lo siguiente:

Los lados de un triángulo miden 9 cm, 12 cm, 18 cm, construir otro triángulo semejante a él, calculando antes, sus lados sabiendo y que el lado mayor del mismo vale 6 cm.





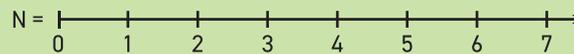
Para empezar te proponemos que leas el siguiente texto de síntesis del tema y contestes luego las preguntas de comprensión lectora para poder avanzar con el desarrollo de las actividades.

## » El conjunto de los números reales

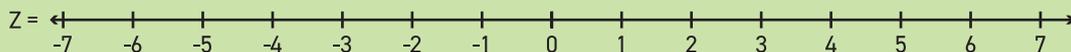
Para poder definir a los números reales (R), debemos primero, hacer un paseo por los conjuntos numéricos estudiados hasta el momento.

Se puede decir que el estudio de los conjuntos numéricos, sus operaciones y su relación con lo cotidiano, en el sistema educativo se realiza, tratando de recuperar la historia de los mismos.

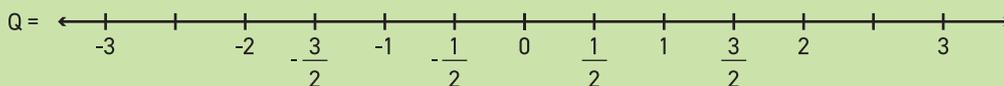
Desde el nivel inicial y parte del nivel primario, aprendemos y trabajamos los Números Naturales (N), primero con material concreto y luego vamos realizando operaciones sencillas con éstos. Si nos remitimos a la historia, se encuentran en las cavernas algunos símbolos en las paredes que expresan algunas operaciones de conteo que se utilizaban para calcular la cantidad de ganado o de semillas de alimento que luego se reparten. Por ejemplo, estos símbolos, representan cantidades exactas, donde no se tenía en cuenta porciones negativas ni representaban el vacío o “la nada”, que en este caso, es el cero. Se puede decir que, eran operaciones que realizaban también, con los dedos de las manos. Por esto, a los números naturales se los denota con la letra N y pueden representarse en la recta numérica. Para algunos expertos, tienen su inicio en el 0 y para otros en el 1.



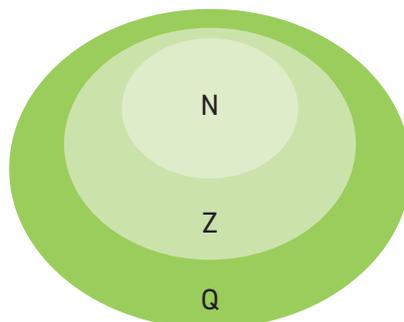
Fue pasando el tiempo y la humanidad fue avanzando y los números naturales no alcanzaban para resolver o representar muchas de las cuestiones que pasaban en lo cotidiano, por ejemplo, cómo representar la nada o el vacío ó cómo podemos denotar una deuda y allí, aparecieron el símbolo del cero (0) y los negativos exactos, que uniéndose a los positivos forman el conjunto de los número enteros, denotado por la letra “Z”.



Una vez más, estos números enteros, no tenían la capacidad de resolver muchas cuestiones, como ser la representación de divisiones que no eran exactas, por ejemplo  $2:3 = ?$ . Es aquí, donde aparecen en escena los número Racionales, como el cociente o división entre dos números enteros, donde el divisor o denominador, no puede ser 0, (no está definida la división de un número por 0). Estos números, se representan con la letra Q y, se unen a los enteros, los podemos representar en la recta, completándola un poco más, de la siguiente manera:



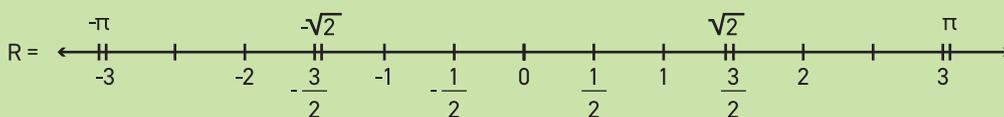
Hasta aquí, podemos ver que cada conjunto, se fue completando a partir del anterior, es decir que, todo número Natural, es un número Entero puesto que dentro del conjunto de Enteros están todos los Naturales y también que todo número Naturales y entero será Racional, puesto que, los racionales se forman a partir de la división de dos enteros. Así, podemos ver también que no todo Entero es naturales, por ejemplo, el  $-4$ , pertenece a los enteros, pero no es un número Naturales. Esto lo podemos visualizar mediante el siguiente diagrama:



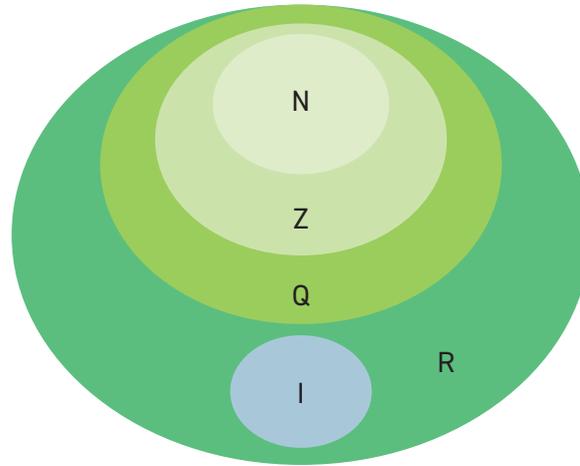
¿Hasta aquí cómo vamos? Esperamos que vayas comprendiendo el tema. Aunque no lo creas, los números Racionales no pudieron resolver cuestiones matemáticas que se fueron encontrando con el avance de los pueblos. Por ejemplo, al dividir la longitud de una circunferencia cualquiera (el valor del contorno), por el diámetro (longitud del segmento que une dos puntos de la circunferencia que pasa por el centro), veremos que da como resultado un número, que tiene, infinitas cifras decimales, no periódicas, luego de la coma, que no se puede expresar como una fracción (sólo si lo aproximamos, pero esto, nos lleva a tener errores al momento de realizar cálculos), este número, que aproximadamente es  $3,14\dots$  es el famoso número pi ( $\pi$ ), si estás en tu casa, ámate a realizar este cálculo con el contorno de un objeto circular, por ejemplo, una lata de durazno, la tapita de una botella de gaseosa y verás que se cumple.

También, cuando queremos calcular la raíz cuadrada un número que no es un cuadrado perfecto, por ejemplo raíz cuadrada de  $2$  ( $2 = 1,41\dots$ ) ó raíz cúbica de números que no son cubos perfectos, como  $35 = 1,70\dots$  y así, cualquier raíz que no dé como resultado un número entero, es un número Irracional.

Estos números, pertenecen al conjunto de Números Irracionales, que se denota con la letra  $I$ , y  $R$  completan la recta Numérica y la unión de todos estos conjuntos, forman a los números Reales "R":



Como podemos ver, **ningún Irrracional** es Racional ó ningún entero es irracional, pero todo Irrracional es un Número Real. Esto, lo podemos ver en el siguiente Diagrama de Venn:



Realizando un resumen de las propiedades que cumple los números reales, las podemos dividir en dos que son las más importantes: **(vamos a definir las más relevantes)**.

### » Propiedades del Conjunto de Números Reales

- Es Infinito
- Es denso (entre dos números reales, existe un número infinito de números reales)
- Relación de orden: Para cada número, tenemos que, los que estén a izquierda de éste, serán menores, los que estén a derecha, serán mayores y los que coincidan, serán iguales a este.

Las propiedades algebraicas establecen que se pueden realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre ellos, teniendo en cuenta que en esta última (división), no está definida cuando el denominador o divisor es cero.

## PREGUNTAS DE COMPRENSIÓN DE TEXTO



- » Marcá si es Verdadero con **V** o Falso **F**, según corresponda:
- a. Los números irracionales completan la recta Numérica.
  - b. Los números irracionales, a veces se pueden expresar como fracción.
  - c. Los números irracionales tienen infinitas cifras decimales no periódicas.
  - d. Si un número real es menor que otro se ubica en la recta numérica a la derecha del mismo.
  - e. Todo número entero es racional.

## PRODUCIR Y REDACTAR



- » Ahora te proponemos que elijas sólo una de las siguientes consignas para desarrollar, aquella que para vos sea más interesante.

**ACTIVIDAD 1.** A continuación completá el cuadro identificando con una **X** él/los conjunto/s numérico/s al que pertenece cada número.

NÚMERO	N	Z	Q	I	R
-3		x	x		x
$\pi$					
7,25					
4,2323...					
$\sqrt[4]{6}$					
2,5					
5	x	x	x		x

**ACTIVIDAD 2.** Teniendo en cuenta los números de la actividad anterior, ¿podrías explicar por qué **no pertenecen** a los conjuntos **que no seleccionaste**?

**Ejemplo:** el -3, no pertenece a los números naturales ni a los irracionales, puesto que, estos no incluyen a los negativos y no tiene infinitas cifras decimales no periódicas después de la coma.





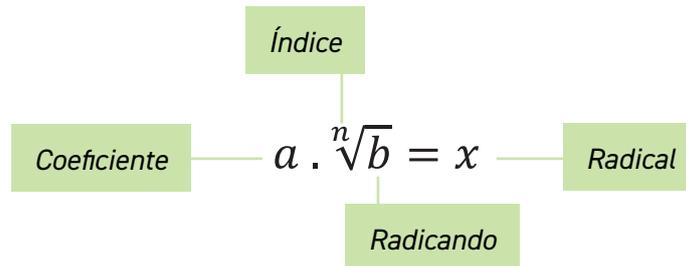
Para empezar te proponemos que leas el siguiente texto de síntesis del tema y contestes luego las preguntas de comprensión lectora para poder avanzar con el desarrollo de las actividades.

## » Operaciones con números Reales: Los Irracionales

En primer lugar, antes de aprender cómo sumar y/o restar números irracionales, en este caso, radicales, vamos a recordar qué son los números Irracionales. Como ya hemos visto, los números Reales está compuesto por la unión de los **Racionales** (Enteros -positivos, negativos + el cero- fracciones y decimales) e **Irracionales**. Estos últimos son muy peculiares, se los suele llamar, “los números infinitos”. Esto se debe a que son números, que en su parte decimal (luego de la coma), tienen infinitas cifras no periódicas, esto quiere decir que no se los puede expresar como una fracción (a diferencia de los Racionales).

Algunos ejemplos que hemos visto, fueron, el número  $\pi$  (pi) y los radicales, por ejemplo,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[5]{5}$ , etc.

En este apartado, vamos a hacer hincapié en los radicales, y para eso, vamos recordar sus partes:



**Al “radical” también se lo denomina “raíz”.**

Recuerda estas partes, ya que, las vamos a estar recuperando a lo largo de la lectura. Vamos a ver cómo se suman y se restan radicales y para esto, debemos tener en cuenta el concepto de “radicales semejantes”.

**Radicales Semejantes:** Es cualquier conjunto de radicales que coincidan en índice y radicando (recuerda las partes de más arriba). Por ejemplo:

$$3 \cdot \sqrt[5]{8}, \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{8}, -7 \cdot \sqrt[5]{8}, -\frac{6}{7} \cdot \sqrt[5]{8}, \dots$$

Como vemos, no importa el coeficiente, los radicales anteriores son semejantes, puesto que coinciden en índice (5) y en radicando (8).

Ahora bien, siempre que los radicales sean semejantes, **se van a poder sumar y/o restar entre ellos, realizando las operaciones que hay entre los coeficientes (sumando y/o restando**

los mismos) ¿Cómo sería esto?. Veamos un ejemplo:

$$\textcircled{3} \cdot \sqrt[3]{5} + \textcircled{6} \cdot \sqrt[3]{5} - \textcircled{7} \cdot \sqrt[3]{5} + 20 \cdot \sqrt[3]{6}$$

$$\textcircled{2} \cdot \sqrt[3]{5} + 20 \cdot \sqrt[3]{6} =$$

**Cálculos auxiliares**  
3 + 6 - 7 = 2

Resultado

Como vemos, los tres primeros radicales son semejantes, entonces, en cálculos auxiliares, se realizan las operaciones de suma y resta correspondiente entre los coeficientes, que da como resultado 2. Luego, escribí este coeficiente, multiplicando por el mismo radical de índice 3 y radicando 5 y al lado, escribí al radical que no es semejante, (coincide en índice, pero no en radicando) por lo tanto no lo puedo sumar.

Ahora bien, vamos a ver un segundo ejemplo, un poco más complejo, pero antes, debemos recordar/aprender a extraer factores fuera de un radical. ¿Cómo hacemos esto?

Vamos a explicarlo con un ejemplo concreto: "Extraer todos los factores posibles del siguiente radical:  $\sqrt{48}$ "

Hay que tener en cuenta que, cuando extraemos factores de un radical, no cambiamos el valor del radical. Lo que hacemos, es manipular la expresión de tal manera que, dentro de la raíz me quede el número más pequeño posible. Vamos a hacerlo por pasos:

**Paso 1:** En cálculos auxiliares, "factorizar" al radicando (expresar al radicando como producto/potencia de factores primos -o sea que ya no sean divisibles-):

Para factorizar, tomamos al radicando (48) y lo dividimos, teniendo en cuenta el índice de la raíz (2). Lo podemos hacer con la siguiente tabla, dividiéndolo por 2 todas las veces que se pueda y luego, seguimos hasta llegar a 1. (El 3 no es divisible de manera exacta por 2, por lo tanto, se hace por 3

48	2	
24	2	$2^2 \cdot 2^2$
12	2	
6	2	
3	3	
1		

$48 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3$

Una vez que dividimos, expresamos al radicando (48), como potencias y producto. Cabe aclarar que aparecen cuatro veces 2, y lo pondríamos como  $2^4$ , pero necesitamos que estas potencias coincidan con el índice de la raíz que queremos extraer factores.

**Paso 2:** Una vez factorizado, volvemos al ejercicio y reemplazamos el valor 48:

$$\sqrt{48} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3}$$

Además de esto, también, separamos los productos (propiedad distributiva de la raíz con respecto al producto de números)

Ahora bien, existe una propiedad que me dice que, en un radical, cuando coinciden el índice

con el exponente, estos se pueden simplificar, es decir, en nuestro ejemplo:

$$\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3}$$

En el caso de la  $\sqrt{3}$ , el índice es 2, pero el exponente es 1, (recuerda que cuando el exponente es 1, no hace falta escribirlo), por esto, no se pueden simplificar y el 3 queda dentro de la raíz.

Por lo tanto, el resultado final, nos quedaría:  $4 \cdot \sqrt{3}$

¿Cómo vamos hasta aquí? Espero que muy bien, vamos a realizar el último ejemplo de suma y resta, recuperando todo lo realizado hasta aquí:

Sumar y/o restar los siguiente radicales, siempre que sea posible:

$$-3 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{48} - 2 \cdot \sqrt{12} =$$

Así como está, vemos que no hay radicales semejantes aparentemente, así que en primer lugar, se extraen factores de la raíz de 48 y la raíz de 12 (realiza los cálculos auxiliares en tu carpeta y fíjate si coincide el resultado, recuerda que más arriba resolvimos que  $\sqrt{48} = 4 \cdot \sqrt{3}$ ) y nos queda lo siguiente:

$\sqrt{48}$  y  $\sqrt{12}$   
Factoreados

Productos entre  
coeficientes de:  $+3 \cdot 4 = 12$  y  $-2 \cdot 2 = -4$

$$-3 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot (4 \cdot \sqrt{3}) - 2 \cdot (2 \cdot \sqrt{3}) = -3 \cdot \sqrt{3} + 12 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{3}$$

Al ser radicales semejantes  
puedo operar los coeficientes:  
 $-3 + 12 - 4 = 5$

Por lo tanto, el resultado final, nos queda  $5 \cdot \sqrt{3}$

Teniendo en cuenta la lectura anterior, vamos a realizar una actividad de comprensión lectora. Te sugiero, volver a leer el texto anterior y así, no tendrás problemas en realizar la misma.

## PREGUNTAS DE COMPRENSIÓN DE TEXTO



» Marcá si es Verdadero con **V** o Falso **F**, según corresponda:

- a. Los números irracionales, luego de la coma tienen una cantidad contable de números.
- b. Los números irracionales, luego de la coma tiene una cantidad infinita de números.
- c. Los números irracionales, luego de la coma no tienen números.

Dos o más radicales son semejantes cuando:

- d. Tienen distinto índice y mismo radical.
- e. Tienen igual índice y distinto radical.
- f. Tienen igual índice y el mismo radical.

## PRODUCIR Y REDACTAR



» Ahora te proponemos que elijas sólo una de las siguientes consignas para desarrollar, aquella que para vos sea más interesante.

**ACTIVIDAD.** Sumar y/o restar los siguientes radicales:

1.  $6 \cdot \sqrt{7} - 5 \cdot \sqrt{7} + 2 \cdot \sqrt{7} =$

2.  $\sqrt{48} + 5 \cdot \sqrt{75} + 2 \cdot \sqrt{81} =$





## DESCRIPCIÓN BREVE DEL CONTENIDO

» Polinomios, factoro e introducción a la función lineal

*Para empezar te proponemos que leas el siguiente texto de síntesis del tema y contestes luego las preguntas de comprensión lectora para poder avanzar con el desarrollo de las actividades.*

## » ¿Cómo podemos pensar a los Polinomios?

Supongamos por un momento que estamos viendo la carta del menú de una hamburguesería, obviamente, en ella podemos elegir algún tipo de hamburguesa para pedir, en el menú hay tres disponibles: "doble carne", "de soja" y "de pollo". Podemos decir que las tres tienen en común que, son, las tres "hamburguesas", es decir, se llaman igual, independientemente de sus ingredientes. Al igual que en una expresión algebraica matemática, pueden encontrarse elementos o características en común, a los que llamamos FACTORES. Si proponemos darle, por decir, "nombres matemáticos" a cada hamburguesa y a la hamburguesería, de forma algebraica podríamos decir: Hamburguesería/ $P(x)$ , de pollo/ $x^3$ , doble carne/ $x^2$ , de soja/ $x$ .

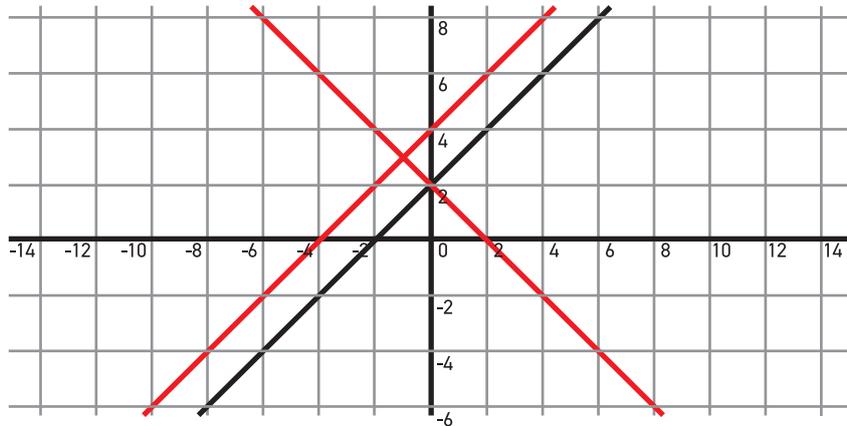


Si decidimos realizar una orden de varios pedidos, por ejemplo, 2 de doble carne, 4 de pollo y 2 de soja podríamos expresarlo algebraicamente de la siguiente manera:  $P(x)=4x^3+2x^2+2x$ , en donde la hamburguesería sería  $P(x)$ , lugar donde o al que, realizamos el pedido y la suma de las "X" con sus respectivos exponentes, serían los tipos de hamburguesas y cada numerito que acompaña a estas "X" sería la cantidad de cada tipo de hamburguesa. A estas expresiones algebraicas que se denominan enteras las llamamos polinomios que pueden ser operables entre sí (sumar, restar, multiplicar y dividir). También a estas expresiones se las puede factorar, eso quiere decir que podemos expresarlo como el producto de varios polinomios de menor grado, o bien cambiarla a conveniencia para llegar al mejor resultado, aplicando propiedades previamente aprendidas como: propiedad distributiva, extracción de factores - Factor Común - Diferencia de Cuadrados - etc.

También estas expresiones se suelen mostrar como lo que en matemática llamamos función.

Imaginemos que estamos observando a dos aviones y sus respectivas propulsiones van dejando, o dibujando, líneas rectas, esas líneas rectas pueden tomarse como las gráficas de dos funciones si se toma alguna referencia de plano en dos dimensiones (alto y ancho) y podemos definir la posición de estas, solamente observando si ambas; jamás se cruzan, o van una arriba de la otra (superpuestas) ó si se cruzan y si se cruzan formando ángulos rectos, podremos decir entonces si son; paralelas, secantes o perpendiculares, respectivamente. ¿y cómo llegamos a estas gráficas? A estas gráficas se llega simplemente otorgándole valores

a las variables, es decir, las letras que intervengan en la función, trazando un eje a misma escala para cada una de forma ortogonal, así:



## PREGUNTAS DE COMPRENSIÓN DE TEXTO



» Marcá la opción correcta con una **X**:

1. ¿Qué es un polinomio?:

- La suma de varios monomios.
- Una expresión algebraica entera.
- Todas son correctas.

2. ¿Cuándo dos rectas son paralelas?:

- Cuando no tienen puntos en común
- Cuando tienen un punto en común y el ángulo que forma es de  $90^\circ$ .
- Cuando no tienen puntos en común o coinciden en todos sus puntos (coincidentes).

3. El elemento común de una expresión algebraica se llama:

- Elemento.
- Factor común.
- Dividendo.

4. Dos rectas son perpendiculares cuando:

- No tienen puntos en común
- Tienen un punto en común y el ángulo que forma es de  $90^\circ$ .
- No tienen puntos en común o coinciden en todos sus puntos (coincidentes).

## PRODUCIR Y REDACTAR



» Ahora te proponemos que elijas sólo una de las siguientes consignas para desarrollar, aquella que para vos sea más interesante.

**ACTIVIDAD 1.** Leer y resolver el siguiente problema

En una hamburguesería la mesa número 1 realiza el pedido de 3 hamburguesas de carne,

una de pollo y 2 de soja. La mesa número 2 pide 4 hamburguesas de soja, 3 de carne y 4 de pollo. Ambas mesas se ordenan para la misma hora. Planteando cada pedido de cada mesa algebraicamente; construir un polinomio que expresa el pedido de cada una de las mesas (tener en cuenta la lectura preliminar) y responder: ¿Cuántas hamburguesas de cada tipo debe llegar en total para ambos pedidos? ¿Qué operación tuvo que realizar entre los polinomios que planteó?

**ACTIVIDAD 2.** Unir con flechas las siguientes proposiciones para que sean correctas (4 opciones correctas).

Dos rectas son paralelas...

...si se cruzan

Dos rectas son perpendiculares...

...si jamás se cruzan o son coincidentes

Dos rectas son secantes...

...si se cruzan formando ángulos rectos





## DESCRIPCIÓN BREVE DEL CONTENIDO

» Funciones. Función lineal

*Para empezar te proponemos que leas el siguiente texto de síntesis del tema y contestes luego las preguntas de comprensión lectora para poder avanzar con el desarrollo de las actividades.*

» **Función Lineal ¿dónde?**

Supongamos que vamos a la verdulería y compramos 1 kg de tomate a \$50 pesos. ¿cuánto costaría 2 kg o 3 kg del mismo tomate?

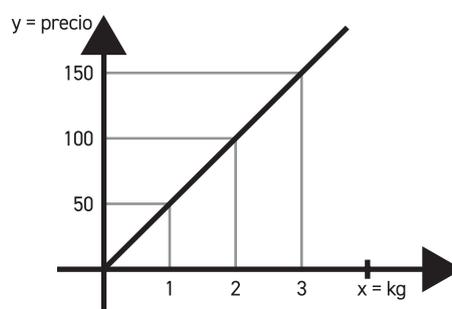
En este caso, seguro te parecerá sencilla la respuesta, pero para contestar y para ordenarnos, vamos a hacerlo en el siguiente cuadro:

Tomates (por kilo)	Precio
1	100
2	100
3	150

Como vemos, al aumentar la cantidad de tomates al doble, también el precio será el doble (salvo que haya una oferta, que no es el caso).

Esta situación, nos muestra un comportamiento Lineal. ¿Por qué Lineal? Porque justamente, si realizamos la gráfica, verán que su comportamiento, se asemeja a una recta (línea). Veamos cómo se gráfica.

Vamos a graficar los ejes cartesianos (x e y), donde el eje "x" corresponde a los tomates "y" el eje y a los precios:



Esto es, sobre el eje horizontal se coloca la cantidad de kilos (variable independiente) y, sobre el vertical, el precio (variable dependiente de la cantidad de kilos)

En este caso, como a un kg de tomate le corresponde 50 pesos, a 2kg, le corresponde 100, a 3kg le corresponde 150 y así podría seguir y la recta crecería hacia precios muy elevados de tomate, en el caso que sigamos aumentando la cantidad del mismo.

Por esto justamente, este comportamiento, se lo denomina lineal o función lineal, ya que a cada elemento de un conjunto (kg de tomates) le corresponde un único elemento en el otro conjunto (precio). En fin, tuvimos una pequeña aproximación que la vamos a tener en cuenta para realizar las siguientes actividades ¿te animás?

Teniendo en cuenta la lectura anterior, vamos a realizar una actividad de comprensión lectora. Te sugiero, volver a leer el texto anterior y así, no tendrás problemas en realizar la misma:

## PREGUNTAS DE COMPRENSIÓN DE TEXTO



- » Marcá si es Verdadero con **V**, las situaciones que correspondan a un comportamiento Lineal y Falso **F**, en el caso que no lo sea:
- a. Si en la carnicería voy a comprar 1kg de carne molida a 250 pesos y 2 kg de la misma molida está 400 pesos.
  - b. En la verdulería, tenemos una oferta en la papa, que es la siguiente: 3 kg de papa a 300 pesos y 5 kg a 450 pesos.
  - c. En la heladería, un helado de dos gustos cuesta 150 pesos y cuatro helados de dos gustos cuestan 550 pesos.
  - d. En una tienda de electrodomésticos, hay una oferta de celulares. Por unidad cuestan \$15000 (pesos). Llevando 2 (dos), te cobran un total de \$25000 (pesos).

## PRODUCIR Y REDACTAR



- » Ahora te proponemos que elijas sólo una de las siguientes consignas para desarrollar, aquella que para vos sea más interesante.

### ACTIVIDAD 1.

En el frente de una panadería, hay un pizarrón con los precios del pan, según la cantidad en kilogramos, pero, algunos datos se borraron del mismo.

- a. Te animás a completar la tabla?. Tener en cuenta que no hay ninguna oferta en esta panadería.
- b. Una vez realizada la tabla, realiza el gráfico en los ejes cartesianos donde "x" sería la cantidad de pan y, "y" el precio.
- c. ¿Por qué esta gráfica, corresponde a un comportamiento y función lineal? Justifica tu respuesta.



Pan (por kilo)	Precio (en pesos)
0,5kg	
1,5kg	150
	200

**ACTIVIDAD 2.**

Teniendo en cuenta alguna experiencia que recuerdes:

¿Te animás a pensar una situación de la vida cotidiana donde se refleje el comportamiento lineal? ¿Por qué sería lineal? ¿Podrías graficar dicha situación? Redactá un texto donde expreses de manera clara y coherente las respuestas a los interrogantes planteados e incluí el gráfico.



ACTIVIDAD OPTATIVA DE SÍNTESIS



Te invitamos a compartir tu lado creativo y realizar un cartelito que muestre un posteo para Instagram, o un dibujo, palabras o una frase en la que nos cuentes qué valorás, qué aprendiste y qué ideas nuevas te surgieron, desarrollando la actividad que elegiste. Aunque esta actividad es optativa, ¡queremos conocer al creativo que hay en vos!

Para terminar este recorrido te proponemos que contestes las siguientes preguntas que sintetizan tu proceso de aprendizaje.

¿Qué sabía?

¿Qué aprendí?

¿Qué me gustaría saber?

¿Qué fué lo que más me gustó hacer/comprender?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## BIBLIOGRAFÍA



## PRIMER TRIMESTRE

- Cortés E, (2008), Actividades para unidad didáctica sobre trigonometría [Recurso electrónico]
- Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología Visualizar: representando la realidad en perspectiva - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología, 2019. Recuperado de:  
[https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/pnam.secundaria.4.visualizar.web\\_.pdf](https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/pnam.secundaria.4.visualizar.web_.pdf)

## SEGUNDO TRIMESTRE

- Martínez, P. Arce, S. Torres, C. Montoya, P. Leyton, N. Palacios, D. Mendiola, L. Ríos, A. Palermo, P. Valenzuela, R. Mendoza, J. (2001). Entre Números IV. Actividades de Matemática. Editorial Santillana.
- Editorial Santillana, (2001). Entre Números IV. Actividades de Matemática

## TERCER TRIMESTRE

- Fioriti, G. Sessa, C. (2015) Introducción al trabajo con polinomios y funciones polinómicas: incorporación del programa GeoGebra al trabajo matemático en el aula. UNIPE. Editorial Universitaria
- Recursos Educar, 2020, Función Lineal. Recuperado de:  
<http://globalbackend.educ.ar/sitios/educar/recursos/ver?id=15188&referente=estudiantes>

### » Coordinación General

Verónica Krawinski  
Verónica Poenitz  
Mónica Roa

### » Coordinadores

Ramón Ramírez  
Diego López  
Alejandro Montejano  
Lisandro Amaro  
Franco Ciganda  
Karina Díaz  
Alejandro Sepúlveda  
Daniel Smariñuk  
Dayana Gonzalez  
Federico Infran  
Fernanda Fontana  
Gabriela Caballero  
Juan Ignacio Henzel  
Julia Mazo  
Laura Bergalo

### » Equipo editorial

Romina Seibert  
Diego López  
Emilia Machado  
Emiliano Vittale  
Federico Infran  
Fernanda Grazzini  
Gabriela Caballero  
Hilvana Winik  
Juan Ignacio Henzel  
Julia Mazo  
Malisa Banis  
Marcos Ferro  
Nahuel Navarro  
Viviana Centurión

### » Ciclo Básico

<b>Lengua</b>	Maximiliano Gamón	Neris Liliana	Atienza Norma
<b>Matemática</b>	Siruk Karina	Purgart Carolina	Flavia Fassa
<b>Historia</b>	Adoryan Juan	Cristian Olmedo	Viviana Reyes
<b>Geografía</b>	Malisa Banis	Malisa Banis	Maximiliano Gonzalez
<b>Biología</b>	Eschpach Analía	Ruloff Fany	Barboza Claudia
<b>Form. E. y C.</b>	Mernes Romina	Pereyra Sindy	Cáceres Facundo
<b>Fisicoquímica</b>	Polaczinski Ivan	Kahrstolf Ivonne	Nerea Samaniego
<b>Tecnología</b>	Monzón Martin	Georgina Medina	Carla Mareco
<b>Comunicación</b>	Sabrina Báez	Carolina Barrios	Báez/ Barrios

### » Umbral

<b>Lengua</b>	Yamila Pulutranka	Gabriela Heymann	Leonella Hutter
<b>Matemática</b>	Ezequiel Carballo	Castro Clara Camila	Sánchez Héctor
<b>Historia</b>	María Coronel	Medina Arturo	Yésica Pelinski
<b>Geografía</b>	Milagros Elias	Mabel Tanabe	González Dayana
<b>Biología</b>	Andrea Dutra	Fernanda Grazzini	Cynthia Caceres
<b>Form. E. y C.</b>	Nahuel Navarro	Andrea Almada	María Kubisen
<b>Fisicoquímica</b>	Manuel Batista	Natalia Juskoski	Klauck Mirta
<b>Tecnología</b>	Ferro/Cardozo	Marcos Ferro	Luciana Cardozo

### » Ciclo Orientado

<b>Lengua</b>	Flavia Roggensack	Amarilla Brenda	Alejandra Martínez
<b>Matemática</b>	Muchevicz Patricia	Escobar Amelia	Gerlach Patricia
<b>Economía</b>	Andersen Damián	Andersen Damián	Carla Drew
<b>Biología</b>	Lucía Meza	Graciela Vicentin	Noelia Luchini
<b>Ciud. y Trabajo</b>	Alaila Rodríguez	Juana Paiva	Ivana Fariña
<b>Química</b>	Seibert Romina	Zembruski Nieves	María José Cendra
<b>Derecho</b>	Romina Rodríguez	Carolina Abrhanshon	Rodriguez/ Abrhan.



# Juventud que Inspira

Muchos jóvenes misioneros y de otros lugares están cambiando el mundo, buscan expresar sus ideas a través del arte, de la innovación y de acciones que reflejen sus valores. El mensaje que transmiten tiene como objetivo el bien común para la humanidad y para nuestro planeta. Las causas y valores que fomentan hacen del mundo un lugar más inclusivo y justo para todos, defendiendo los derechos de los jóvenes, cuidando el medioambiente e invitando a que se sumen otros adolescentes inspirados por causas sociales, ambientales y culturales.

Aquí te compartimos a algunos de los protagonistas más jóvenes para que las buenas causas ¡sigan creciendo!



¿Sabías que en IxD podés desarrollar los proyectos que más te apasionan? Nosotros te acompañamos para que impulses tus ideas.

Te compartimos algunos proyectos de nuestros socios y socias. Vos también podés ser parte de la comunidad Infinita y ¡hacer crecer tus ideas!



Comunicate con nosotrxs:

Whatsapp: 3764-874496  
ixdposadasinformes@gmail.com

## Arte Musical

### Proyecto Fanzine Anónimos

Lucas es un joven posadeño que desarrolló un proyecto orientado a visibilizar y dar voces a artistas y bandas locales de Misiones, que se han dedicado a la música "under".

[youtu.be/66KLk\\_CSH9I](https://youtu.be/66KLk_CSH9I)



## Ciencia

### Proyecto cremas Nalima

Un grupo de adolescentes de Misiones ha desarrollado una crema natural a partir del proceso de investigación científica en el cual descubrieron la importancia de poder elaborar productos naturales, para evitar el consumo de derivados químicos que se encuentran presentes en las cremas convencionales.

[youtu.be/Y-HAAcLG\\_qQ](https://youtu.be/Y-HAAcLG_qQ)



## Fabricación

### Proyecto CNC reciclado y kit mecano

Néstor y Miqueas nos cuentan un poco de cómo avanzan con sus proyectos en el Laboratorio de Fabricación de Infinito por Descubrir Posadas. ¡Una Cortadora de CNC con materiales reciclados y Un autito mecano con nuevas piezas y tecnología! ¡Increíbles!

[youtu.be/Lo0azslw200](https://youtu.be/Lo0azslw200)



## Ámbito de la Programación

### Mateo Salvatto

Es un emprendedor argentino de 22 años que desarrolló la app *Háblalo* para personas con discapacidad auditiva o dificultades para comunicarse.

[hablalo.app](https://hablalo.app)

### Hexar

Es un emprendimiento formado por tres jóvenes argentinos bajo la misión de transformar la manera de aprender a través del desarrollo de videojuegos educativos.

[hexar.org](https://hexar.org)

## Ámbito de Conciencia Ambiental

### Merchandising Eco-Friendly

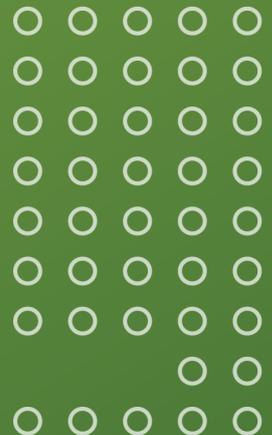
Con reutilización de papel y cartón: Un grupo de jóvenes misioneros propuso, en contexto de la Hackatón Ambiental Posadas 2020, generar a partir de los residuos de papel y cartón obtenidos en la planta de separación, merchandising sustentable para centros turísticos, ferias y eventos afines.

[youtu.be/OAVJsKqZ5iA](https://youtu.be/OAVJsKqZ5iA)

### Tomás Nieto

Es de Aristóbulo del Valle y su pasión por la astronomía lo llevó a presentarse en un concurso en la NASA donde quedó seleccionado y pudo ir a realizar una formación científica.

[youtu.be/hWdgvoafjCY](https://youtu.be/hWdgvoafjCY)



Misiones  
PROVINCIA

Ministerio de Educación,  
Ciencia y Tecnología



CONSEJO GENERAL  
DE EDUCACIÓN



SUBSECRETARÍA  
DE EDUCACIÓN

